

ペンタブレット入力による G^1 連続を持つ美的曲線セグメント列の生成

八木麻理子[†] 川田 洋平^{††} 藤澤 誠^{†††} 三浦憲二郎^{††}

[†] 静岡大学工学部

〒 432-8561 静岡県浜松市中区城北 3-5-1

^{††} 静岡大学大学院

〒 432-8561 静岡県浜松市中区城北 3-5-1

^{†††} 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科

〒 630-0192 奈良県生駒市高山町 8916-5

E-mail: †{f0210146,f05300282,tmkmiur}@ipc.shizuoka.ac.jp, ††fujis@is.naist.jp

あらまし 美的曲線は、対数(等角)らせん、クロソイド曲線、さらにインボリュート曲線を含むとともに、接線ベクトルの積分形式としてのみ与えられている場合であっても対話的な生成、変形が可能であり、実務への応用が期待されている。しかしながら、これまでに提案された3点による美的曲線セグメントの入力法では、曲率が単調に増加、または減少する美的曲線セグメント1本しか入力することができず、曲率が増減し曲率の極値を持つ曲線や曲率の正負が反転する変曲点を持つ曲線を入力することができない。そこで、本研究で液晶ペンタブレット等で入力された点列からの G^1 連続性を持つ美的曲線セグメント列の生成法を提案する。

キーワード 美的曲線、ペンタブレット、B-スプライン曲線、Bézier 曲線

Input of G^1 Continuous Aesthetic Curve Segments with Pen Tablet

Mariko YAGI[†], Yohei KAWATA^{††}, Makoto FUJISAWA^{†††}, and Kenjiro T. MIURA^{††}

[†] Faculty of Engineering, Shizuoka University

3-5-1, Johoku, Hamamatsu-shi, Shizuoka, 432-8561, Japan

^{††} Graduate School, Shizuoka University

3-5-1, Johoku, Hamamatsu-shi, Shizuoka, 432-8561, Japan

^{†††} Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology

8916-5, Takayama, ikoma-shi, Nara, 630-0192, Japan

E-mail: †{f0210146,f05300282,tmkmiur}@ipc.shizuoka.ac.jp, ††fujis@is.naist.jp

Abstract The aesthetic curves include the logarithmic (equiangular) spiral, clothoid, and involute curves. Although most of them are expressed only by an integral form of the tangent vector, it is possible to interactively generate and deform them and they are expected to be utilized for practical use of industrial and graphical design. However, their input method proposed so far by use of three so-called control points can generate only an aesthetic curve segment with monotonic curvature variation and can not create a curve with the curvature-extremal point or the inflection point where the derivative of the curvature or the curvature itself changes its sign, respectively. Hence we propose a method to generate aesthetic curve segments with G^1 continuity from a sequence of 2D points input with, for example, a liquid crystal pen tablet.

Key words aesthetic curve segment, pen tablet, B-spline curve, Bézier curve

1. はじめに

近年、IT 技術の進歩により、製品の開発・製造技術は「効率の向上」の面では大いに改善された。ところが、諸外国もまた技術の向上が著しいため、日本製品との更なる差別化のために

「美しさを追求したデザイン」の研究がされている。しかし、今までデザイナーの感性によって工業製品のデザインがされてきたため、実際に製品化するにあたって製造側との調整がスムーズに行われているとは言えない。この問題を解決するために、デザイナーの感性をできるだけ数式化することが望ましい。本研究

では、この「美しさを追求したデザイン」を支援する技術として、「美しい」曲線を生成する手法を提案する。「美しい曲線の一般式」を利用して、液晶ペンタブレットから直接描画された曲線を美的曲線によって近似することで「美しさ」の性質を曲線に持たせることを意図している。

「美しい曲線」は原田ら [1], [2] により曲率対数分布図が直線で近似される曲線として提案された。三浦 [3] ~ [5] は曲率対数分布図が厳密に直線で与えられる曲線の解析解を求め、それを「美しい曲線の一般式」として提案した。さらに、吉田と斎藤 [6], [7] は「一般式」によって定義される曲線の特徴を解析、分類するとともに、3 個の「制御点」により、2 つの端点とそこでの接線方向、および曲率対数分布図の直線の傾き α を与えることにより対話的に「美しい曲線セグメント」を生成する手法を提案した。本研究では「美しい曲線の一般式」を満足する曲線を美的曲線とよぶ。図 1 にさまざまな α 値を持つ美的曲線の例を示す。

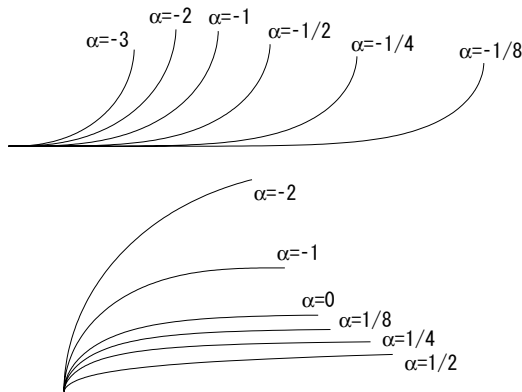


図 1 様々な α 値に対する美的曲線

美的曲線は、対数（等角）らせん ($\alpha = 1$)、クロソイド曲線 ($\alpha = -1$)、さらにインボリュート曲線 ($\alpha = 2$) を含むとともに、接線ベクトルの積分形式としてのみ与えられている場合 ($\alpha \neq 1, 2$) であっても対話的な生成、変形が可能であり、実務への応用が期待されている。しかしながら、吉田らの入力法では、曲率が単調に増加、または減少する美的曲線セグメント 1 本しか入力することができず、曲率が増減する曲線や、個々のセグメントで異なる α 値を持つ美的曲線セグメント列を入力することができない。

そこで、本研究では液晶ペンタブレットを用いて点列を入力し、その点列を B-spline 曲線で近似し、B-spline 曲線の曲率値を用いてセグメントに分割し、各セグメントを美的曲線に近似することで接線が連続となる美的曲線セグメント列を入力する方法を提案する [8]。

2. 美的曲線

2.1 美しい曲線の一般式

本研究では曲率対数分布図が直線となる曲線を美的曲線と定義する。曲線の曲線長（弧長，路長）を s ，曲率半径を ρ とすると、曲率対数分布図の横軸は $\log \rho$ ，縦軸は $\log(ds/d(\log \rho)) = \log(\rho ds/d\rho)$ となる。曲率対数分布図が

直線で与えられることから、ある定数 α が存在して、

$$\log\left(\rho \frac{ds}{d\rho}\right) = \alpha \log \rho + C \quad (1)$$

が成り立つ。ここで C は定数である。この式を美しい曲線の基本方程式とよぶ。式 (1) を変形すると、

$$\frac{1}{\rho^{\alpha-1}} \frac{ds}{d\rho} = e^C = C_0 \quad (2)$$

したがって、ある定数 c_0 が存在して、

$$\rho^{\alpha-1} \frac{d\rho}{ds} = c_0 \quad (3)$$

上式より、 $\alpha \neq 0$ であれば、美しい曲線の第 1 一般式

$$\rho^\alpha = c_0 s + c_1 \quad (4)$$

が得られ、 $\alpha = 0$ の場合には、美しい曲線の第 2 一般式

$$\rho = c_0 e^{c_1 s} \quad (5)$$

が得られる [3]。

2.2 美的曲線の生成

美的曲線を入力する方法として、吉田と斎藤は α を指定し、曲線の制御点として端点を指定する 2 点と両端点での接線方向を指定点、計 3 点を入力することにより、美的曲線セグメントを生成する手法を提案した [6], [7]。しかしながら、前述したようにその手法は曲率が単調に増加、または減少する美的曲線セグメント 1 本の入力法であり、曲率が増減する曲線や、個々のセグメントごとに異なる α 値を持つ美的曲線セグメント列を入力することができない。実用的な意匠デザインに用いられる複雑な曲線を生成することは困難であり、本研究では単調リズム曲線だけでなく、接線が連続となる美的曲線セグメント列も生成できる手法を提案する。

3. 入力アルゴリズム

3.1 アルゴリズム概要

接線が連続となる美的曲線セグメント列を含む美的曲線を以下のアルゴリズムで生成する。

- (1) 液晶タブレットにより点列を入力する。
- (2) 与えられた近似度を満足するように入力された点列から B-spline 曲線を生成する。
- (3) 変曲点と曲率が極値となる位置で B-spline 曲線をセグメントに分割する。
- (4) 指定された複数の α 値を用いて各セグメントに対応する美的曲線を生成し、生成された曲線の中でもっとも B-spline 曲線に近似する曲線を出力とする。

3.2 液晶ペンタブレットによる点列の入力

曲線の入力には液晶タブレットを用いる。スタイラスペンを用いてディスプレイ上で直接曲線を点列として入力することができ、入力と同時にその曲線を描画することができる。したがって、紙にペンを用いてデザインするのと同様の感覚で曲線をコンピュータに入力することができる。入力の様子を図 2 に示す。

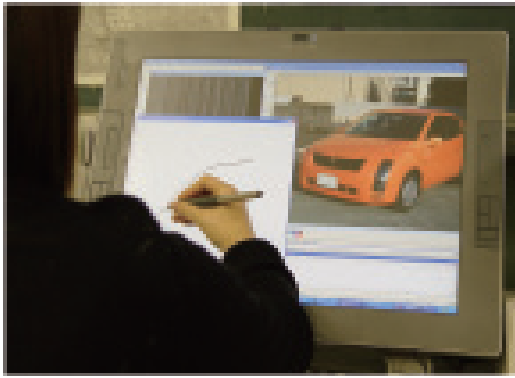


図 2 液晶ペンタブレットのよる曲線の入力

3.3 点列の B-Spline 曲線による近似

入力した点列を最小自乗法を利用して代表的なパラメトリック曲線の 1 つである B-Spline 曲線で近似する．曲線の次数は 3 を用い，最小自乗法の目的関数は点列と対応する曲線上の点列との距離の 2 乗和とし，端点で，例えば曲率を 0 とする条件等は付加していない．セグメント数は 1 から開始し，近似度が低く目的関数の値が指定した閾値より大きい場合は，順次セグメント数を 1 つずつ増加し，閾値より小さい場合に処理を終了する．結果を図 3 に示す．入力した点列を黒色，近似した B-Spline 曲線をピンク色，制御点を緑色の + 印で表している．

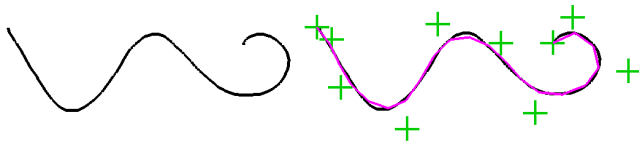


図 3 B-Spline 曲線への近似

3.4 曲率を用いた B-Spline 曲線のセグメント化

吉田らの提案した美的曲線セグメント入力法 [6], [7] を適用するために，生成した B-Spline 曲線を変曲点と曲率の極値ごとに分割する．3 次 B-spline 曲線は，各セグメントは 1 本の 3 次 Bézier 曲線と等価であり，ここでは 3 次 Bézier 曲線の変曲点と曲率の極地を求める方法について説明する．

3.4.1 変曲点

3 次 Bézier 曲線を $C(t) = (x(t), y(t))$, $0 \leq t \leq 1$ とする． $x(t)$ と $y(t)$ の t による 1 次, 2 次微分をそれぞれ $\dot{x}(t)$, $\dot{y}(t)$, $\ddot{x}(t)$, および $\ddot{y}(t)$ と表し, $f(t) = \dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2$, $g(t) = \dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)$ とおくと, 正負を考慮した曲率 $\kappa(t)$ は,

$$\kappa(t) = \frac{g(t)}{f(t)^{\frac{3}{2}}} \tag{6}$$

で与えられる．曲線が縮退していなければ $f(t) \neq 0$ と仮定でき, 曲率が 0 となるパラメータ値は $g(t) = 0$ を解くことにより得られる． $g(t)$ は t の 3 次式であり, 解析的に解を求めることができる．

3.4.2 極値

曲率の極値は $d\kappa(t)/dt = 0$ を満たすパラメータ値を求めることにより得られる．

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \kappa(t)^2 &= 2\kappa(t) \frac{d}{dt} \kappa(t) \\ &= \frac{d}{dt} \frac{g(t)^2}{f(t)^3} \\ &= \frac{g(t)(2\dot{g}(t)f(t) - 3g(t)\dot{f}(t))}{f(t)^4} = 0 \end{aligned}$$

であり, 曲率 $\kappa(t)$ が 0 になる場合は変曲点として与えられるので,

$$h(t) = 2\dot{g}(t)f(t) - 3g(t)\dot{f}(t) = 0 \tag{7}$$

を解けばよい． $f(t)$ が 4 次式であることから $h(t)$ は 6 次式であり, 数値計算により解を求める．例えば, 0 から 1 の区間を等分割し, それらの分割した区間の両端点での $h(t)$ の符号が異なる場合, 区間の中点を初期値として Newton 法によって精度を高める．

図 4 に B-Spline 曲線の各セグメントを 3 次 Bézier 曲線に変換して生成される 3 次 Bézier 曲線の制御点を示す．青色の + 印はベジエ曲線の端点, 赤色の + 印はベジエ曲線の端点以外の制御点, 緑色の線は各制御点をつないだものである．図 5 は, 曲線を変曲点と極値により分割して生成された 3 次 Bézier 曲線を示す．

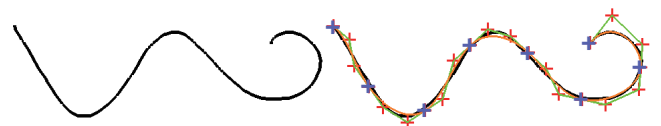


図 4 3 次 Bézier 曲線群への変換

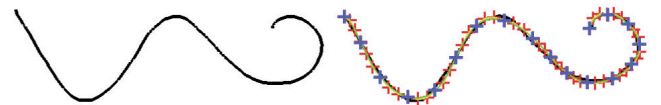


図 5 変曲点, 極値による分割

3.5 各セグメントに対応する美的曲線セグメントの生成

変曲点と極値によって分割した 3 次 Bézier 曲線の各々を美的曲線セグメントにより近似する．吉田らの方法 [6], [7] を適用するために, Bézier 曲線の両端点での接線を求め, それらの交点を算出する．曲率対数分布図の傾き α を指定し, 両端点と交点の計 3 点を用いて美的曲線セグメントを算出する．生成された曲線を図 6 に示す．この方法では各セグメント間で接線は連続であるが, 曲率は不連続となる． α の値は任意の値を指定することができるが, この例では, 2 つの値 $\alpha = 0.1, -0.1$ に対して美的曲線セグメントを生成し, それらの 2 本の曲線と B-spline 曲線との近似度を比較し, より近似度の高い曲線を描画した． α の値は任意であり, 2 つの値に限定するのではなく, 3 つ以上の値に対して作成し, それらの近似度の最も高い曲線を選択することもできる．ただし, α の絶対値が大きくなると与えられた制御点に対して美的曲線が存在しない場合が生じやすくなる．図 7 において, 青の曲線は $\alpha = 0.1$, 緑の曲線は $\alpha = -0.1$



図 6 生成された美的曲線

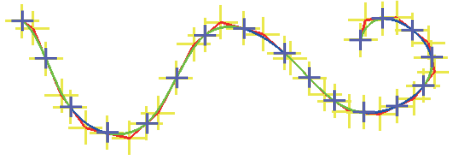


図 7 美的曲線の α 値 (青 0.1, 緑 -0.1)

である。

図 8 に、B-spline 曲線と美的曲線の曲率を示す。图中、B-spline 曲線の曲率が 0 となる変曲点に青いマークを、極値にピンクのマークをプロットしている。B-spline 曲線のセグメントに対応して美的曲線はセグメント化されているとともに、これらの位置で美的曲線はセグメントに分割されている。このグラフからわかるように、B-spline 曲線の曲率は連続であるが、美的曲線では各セグメントの接続点で曲率は不連続となっている。

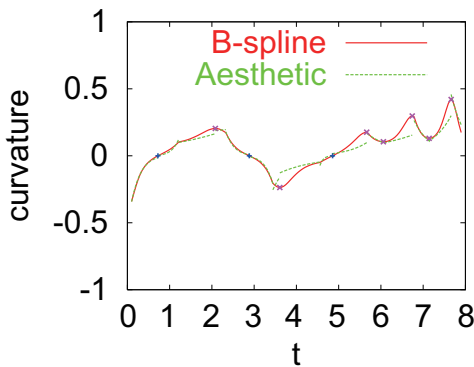


図 8 B-spline 曲線と美的曲線の曲率

図 9 に曲線の形状と曲率の関係を明らかにするために図 6 の例よりも単純な曲線の例を示す。この例の曲率を図 10 に示す。

B-spline 曲線の曲率は全体として滑らかに変化してはいるが、グラフの傾きが徐々に変化しておりメリハリがない。これに比較して、美的曲線の各セグメント内では曲率の変化は規則的にシャープに変化しており、曲線の性質としては大きく異なっていることがわかる。これは、画面上の曲線では B-spline 曲線と美的曲線の違いは明確ではないが、自動車のキャラクターラインのように数十センチメートルから数メートルの大きさに拡大された場合にはそれらの曲線の形状が決定的に異なることを意味している。

4. プログラムの実装と考察

プログラムによって生成された美的曲線を用いて、図 11(a) の写真から (b) のような絵を模写した。曲線は美的曲線を用い、

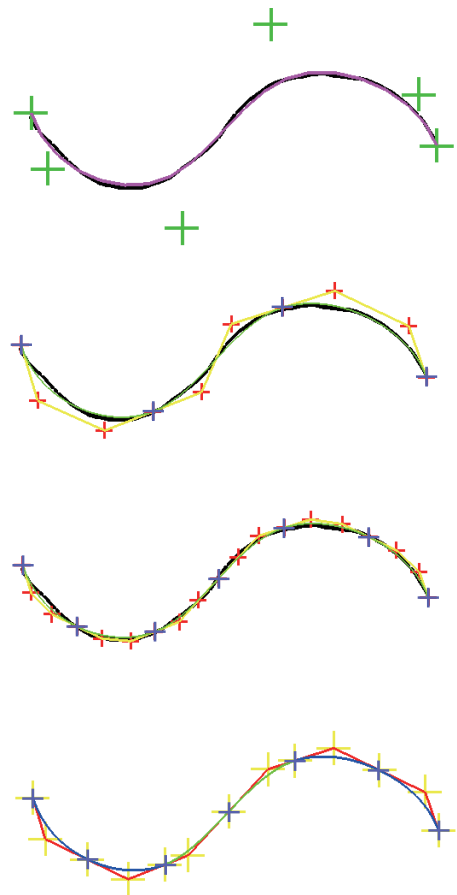


図 9 美的曲線の生成例

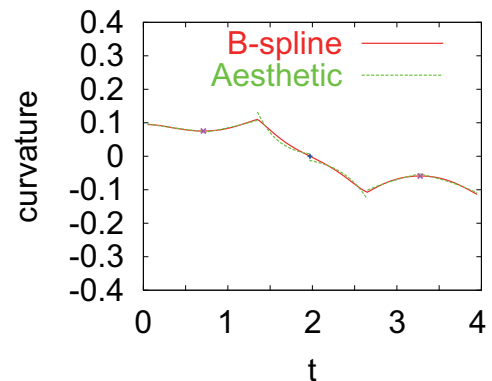


図 10 B-spline 曲線と美的曲線の曲率

色づけは液晶ペンタブレットによって直接描画した。花びらの輪郭の比較を図 11(d) に示す。これは元の画像の輪郭を抽出したものと、手書きで輪郭を描画したものと、美的曲線を用いて輪郭を描画したものを比較したものである。自然界に関しては、花びらのしわなどで生じた輪郭の崩れを美的曲線によって滑らかな輪郭に修正することができる。図 12, および図 13 に車などの工業デザインや楽器の輪郭を美的曲線により近似した例を示す。これらの図で示したように、自然界や人工物の輪郭を美的曲線を用いることでより滑らかな曲線で近似できる。

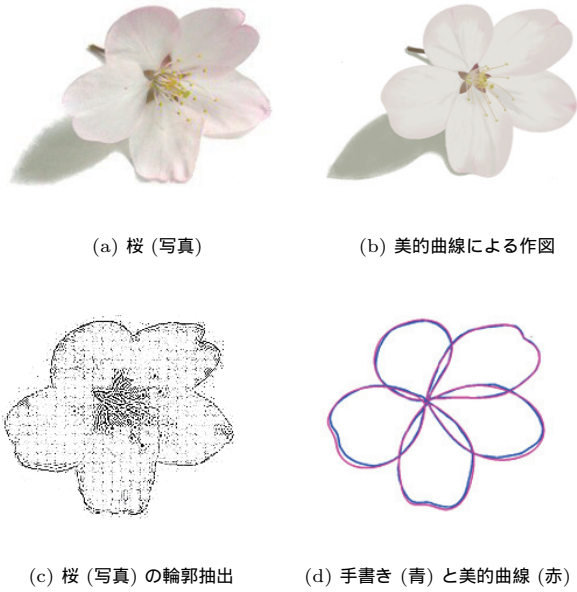


図 11 自然物での比較

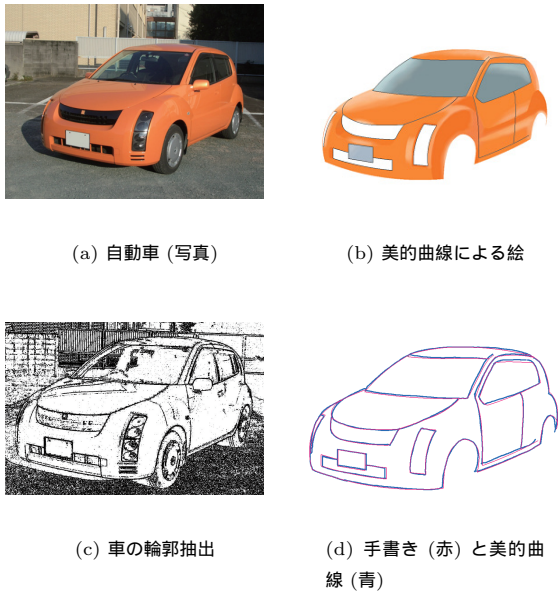


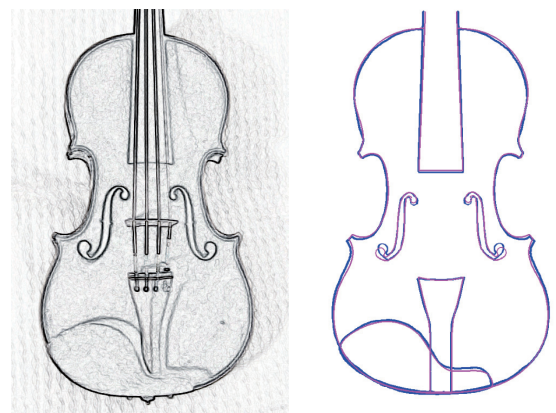
図 12 工業デザインでの比較

5. 結 論

本研究では接線が連続となる美的曲線セグメント列を生成するアルゴリズムを提案した。液晶ペンタブレットを用いて点列を入力し、その点列を B-Spline 曲線で近似し、B-Spline 曲線の曲率値を用いてセグメントに分割し、各セグメントを美的曲線に近似した。実装結果としては、自然物、人工物共に輪郭を美的曲線セグメント列で近似することができた。今後の課題としては、隣接する美的曲線セグメントが類似している場合にはそれらをマージする方法や、セグメント間の接線の連続性だけでなく曲率の連続性を保証する内挿法を開発する。また、美しく接続するための基準は何か、さらにはどのように接続すると



(a) バイオリン (写真) (b) 美的曲線による絵



(c) 輪郭抽出 (d) 手書き (青) と美的曲線 (赤)

図 13 楽器での比較

美しさが保たれるかについて研究を進める。さらに、ペンの筆圧や傾き、描画速度の近似への反映をし、美的曲線、さらには曲面をデザインする CAD システムの開発を行う。

文 献

- [1] 原田利宣, 森典彦, 杉山和雄, 曲線の物理的性質と自己アフィン性, デザイン学研究, Vol.42, No.3, pp.33-40, 1995.
- [2] 原田利宣, 吉本富士市, 森山真光, 魅力的な曲線とその創生アルゴリズム, 形の科学会誌, Vol.13, No.3, pp. 149-158, 1998.
- [3] 三浦憲二郎, 美しい曲線の一般式, グラフィックスと CAD/Visual Computing 合同シンポジウム 2005 予稿集, pp.227-232, 2005.
- [4] 三浦憲二郎, 藤澤誠, 美的曲線の 3 次元への拡張と B-spline 曲線による近似, グラフィックスと CAD/Visual Computing 合同シンポジウム 2006 予稿集, pp.227-232, 2006.
- [5] 三浦憲二郎, 美しい曲線の一般式とその自己アフィン性, 精密工学会誌 Vol.72, No.7, pp.857-861, 2006.
- [6] 吉田典正, 齋藤隆文, 美しい曲線セグメント, 情報処理学会研究報告 Vol.2005, No.116 (第 121 回グラフィックスと CAD 研究会), pp.97-102, 2005.
- [7] N. Yoshida and T. Saito, Interactive Aesthetic Curve Segments, The Visual Computer (Pacific Graphics), Vol. 22, No.9-11, pp.896-905, 2006.
- [8] 八木麻里子, 川田洋平, 藤澤誠, 三浦憲二郎, “ペンタブレットによる美的曲線の生成,” CGAC2007 (CG アニメーションカンフェレンス) NICOGRAPH 一般論文部門入選, 2007.