# Generation of Density Function Model using Three-Dimensional Graphics Board

Koji Nishio<sup> $^{\dagger}$ </sup>, Yutaka Yokoyama<sup> $^{\ddagger}</sup>$  and Ken-ichi Kobori<sup> $^{\dagger}$ </sup></sup>

† Osaka Insitute of Technology E-mail: {nishio, kobori}@is.oit.ac.jp
‡ Matsushita Electric Industrial Co., Ltd.

Recently, industrial products are designed with many curved surfaces. Density function model is one of the methods which generates curved surface. However, it has a problem that calculation cost is high for interactive processing. Therefore, we propose a new method that generates density function field quickly using three-dimensional graphics board. Our method is expected to make design more effective because of reducing response time. In addition, our method enables various modeling with prismatic primitives. The method considers density function field as a two dimensional texture and generates three dimensional density function fields using texture mapping and alpha blending function of graphics board. We have modelled some industrial products with our method and some experimental results show that our method is more effective than conventional ones.

Keywords : modeling, graphics-board, density-function

# 三次元グラフィックスボードを用いた濃度関数モデリングの一手法

西尾孝治<sup>†</sup> 横山豊<sup>‡</sup> 小堀研一<sup>†</sup>

 ・ 大阪工業大学 情報科学部 情報メディア学科
 E-mail: {nishio, kobori}@is.oit.ac.jp

 ・ 松下電器産業株式会社

自由曲面を表現する手法の一つに濃度関数モデルがあるが、計算コストが大きく対話性が損なわれるなど、 実用に供していないという問題がある.そこで、本稿では三次元グラフィックスボードを用いて CAD・CG 分野 で用いられている濃度関数モデルを高速に定義する手法を提案する.これにより、ユーザの待ち時間の短縮や、 高速に目的形状を生成することによる作業の効率化が期待できる.また、形状の定義に用いるプリミティブと して、球に加えて多角柱を用いることにより、柔軟なモデリングを可能とした.本手法では、濃度関数をもと にあらかじめ生成したテクスチャを保持し、グラフィックスボードのテクスチャマッピング機能とαブレンデ ィング機能を用いて濃度分布を求める.また、実際に本手法を用いて製品形状を作成し、実験を通じて本手法 の有効性について検証したのでその結果を報告する.

キーワード:モデリング,グラフィックスボード,濃度関数.

## 1. はじめに

近年, CAD や Web3D をはじめとする形状モデル には多くの曲面が使用されている.このような曲面 形状を表現する形状モデルとして,サーフェスモデ ルと濃度関数モデルが広く知られている.一般に曲 面の表現にはサーフェスモデルが用いられているが, 形状を操作する際にその構成要素である面,稜線, および頂点を意識する必要があり,操作に慣れが必 要である.また,一般に形状全体を一枚の曲面で表 現することは難しいため,複数の曲面をトリミング した曲面パッチを定義し,それらを接合するこで形 状全体を表現している.このため,形状操作の処理 が複雑になる.

一方、直感的な曲面操作を提供する濃度関数モデ

ルは、計算量が多く対話処理に遅延が生じるため、 ユーザに心理的負担がかかるという問題がある.

ところで、近年グラフィックスボードを用いて三 次元の形状や画像を高速に処理する手法<sup>1)~5)</sup>や、ボ リュームデータを高速に表示する手法が<sup>6)~9)</sup>提案さ れており、これらを利用した研究が注目されている.

そこで、本稿では三次元グラフィックスボードの テクスチャマッピングとαブレンディングの機能を 利用することによって、対話的な処理速度で濃度関 数モデルを用いた形状モデリングを可能とする手法 を提案する.また、本手法では、形状の定義に用い られるプリミティブとして、一般に用いられる球の 他に正多角柱を用いることで、球の集合だけでは表 現が困難だった平面を含む形状も表現できるように した.

## 2. 濃度関数モデル

濃度関数モデルは三次元空間に濃度関数で定義される濃度場をもとに、形状を定義する手法である. 以下では、プリミティブを配置する空間をモデリン グ空間、格子状に離散化した濃度分布を保存する空 間をボクセル空間、格子をボクセルと呼び、形状の 定義に用いるプリミティブとして、球、および底面 が側面に対して垂直な正多角柱を用いるものとする.

多角柱のプリミティブは面・稜線・頂点の3つの 要素で構成されている.プリミティブがボクセルに 及ぼす濃度値を求めるためには、ボクセルからプリ ミティブの最短要素への距離を求める必要がある. また、プリミティブはモデリング時にユーザがアフ ィン変換を施しながら配置するものであり、生成形 状をリアルタイムで提示する必要がある.このとき、 プリミティブを構成するすべての幾何要素を探索の 対象にすると実時間での処理が困難になる.

そこで、本稿の濃度関数モデルでは、ボクセルか らプリミティブへの最短要素の探索に、連続的に移 動する凸多面体の間の最短距離を高速に求めること ができる M.C.Lin らのアルゴリズム<sup>10)</sup>を用いた. この手法では、形状を構成する幾何要素を面、稜線、 および頂点の3つに分類し、プリミティブを連続的 に移動するとき、移動後の最短要素が移動前の最短 要素に隣接する幾何要素となることを利用して、高 速に最短要素を探索する.

また,本稿で用いる濃度関数<sup>11)</sup>を式(1)に示す. ただし,d は正規化されたプリミティブからの距離, p は任意の実数とする.d の正規化には,プリミテ ィブが及ぼす濃度分布の半径を用いる.

この関数では p の値を変化させることで濃度値の 分布を変化させることができ、様々な形状を表現す ることができる.

 $f(d^{2}) = \begin{cases} 1 - \frac{(3d^{2})^{2}}{p + (4.5 - 4p)d^{2}} & if(0 \le d^{2} < 0.25) \\ \frac{(1 - d^{2})^{2}}{0.75 - p + (1.5 - 4p)d^{2}} & if(0.25 \le d^{2} < 1) \\ 0 & if(1 \le d) \end{cases}$ 

## 3. テクスチャマッピングによる濃度計算

本手法では,濃度分布の計算と取得にグラフィッ クスボードを用いて高速な処理を実現する.本手法 の処理の流れを図1に示す.

本手法では、ボクセル空間内の濃度分布の断面を

平面上にマッピングすることにより濃度分布を求める.このマッピングされた平面を積層させることで,空間全体の濃度分布を表現する.以下,本手法の一 連の流れについて述べる.

まず,前処理として,濃度分布の断面を生成する ため,図2に示すように積層された面群を用意する. この面をスライス面と呼ぶ.スライス面はモデリン グ空間に配置されており,濃度分布の断面を表現す るために使用する.なお,スライス面は,互いの間 隔がスライス面上のサンプリング間隔と一致するよ うに,等間隔かつ平行に配置する.さらに,濃度分 布をマッピングするため,図3に示すように,濃度 値をα値とする二次元画像を生成する.これを濃度 テクスチャと呼ぶ.

濃度分布の計算は、図4(a)に示すように、スラ イス面上に濃度テクスチャをマッピングすることで 行う.マッピングした結果は同図(b)に示すような 二次元画像となる.この二次元画像をシーンと呼び、 スライス面一枚分の濃度分布を表す.この処理をす



Fig. 1 A flow of proposed method



Fig. 2 Slice plane

Fig. 3 Density field texture

べてのスライス面に対して行うことで、ボクセル空間全体の濃度分布を決定する.なお、濃度値の足し込みは図 5(a)に示すように、プリミティブごとに生成した濃度分布の断面を、αブレンディングを用いて重ね描きすることで行う.その結果を同図(b)に示す.

目的形状の生成は、シーンの各画素が持つ輝度値 を濃度値として扱い、閾値をもとに等値面を生成す ることで行う.以下、濃度分布の表現方法について 説明する.

### 3.1 濃度テクスチャ

濃度テクスチャは、画像の中心から濃度値が同心 円状に分布する二次元画像で、濃度値をα値として 保持している.スライス面に濃度テクスチャをマッ ピングする際は、αブレンディングを用いて重ね描 きすることで、濃度値の加算を行う.

## 3.2 濃度シェイプ

プリミティブは面・稜線・頂点の三種類の幾何要素で構成されており、それぞれの要素から濃度が分布する.図6に立方体プリミティブの要素と濃度分布の関係を示す.ここで、同図(a)はプリミティブ、



Fig. 5 Addition of density fields

同図(b), (c), (d)はそれぞれ面, 稜線, 頂点から の濃度分布を表す.

本手法では、図7(a)に示すような濃度分布の断 面を生成するために、プリミティブの各幾何要素か らの濃度分布を外包する多面体を生成することを考 える.これらを濃度シェイプと呼ぶ.なお、この図 は稜線からの濃度分布の例である.同図(a)破線部 に示すように、濃度シェイプとスライス面が交差す る部分を交差領域と呼ぶ.交差領域に対応する濃度 テクスチャの領域は同図(b)破線部のようになり、 これを適用領域と呼ぶ.スライス面上の交差領域に 濃度テクスチャの適用領域をマッピングすることで、 同図(c)に示すように交差領域内部の濃度分布を決 定し、シーンとして取得する.

ここで、交差領域に適用領域を対応付けるために は、濃度シェイプと濃度テクスチャを対応付ける必 要がある.以下では、図6に示した各濃度シェイプ の対応付けの方法について述べる.





Fig. 7 Relation between density field shape and density field texture

## Fig. 6 A primitive and density distributions

## 3.3 面の濃度シェイプ

プリミティブを構成する面が及ぼす濃度は、その 面を底面とし、法線方向を高さとする多角柱状に分 布する.図8にプリミティブを構成する面 ABCD の濃度分布と適用する濃度テクスチャの対応付けを 示す.この例では、同図(a)における点①を頂点 A ~Dに、同様に点②を A'~D'にそれぞれ対応付け る.なお、同図(a)の破線部は高さ1ピクセルの長 方形であり、同図(b)の濃淡部分は濃度分布の様子 を表している.

## 3.4 稜線の濃度シェイプ

プリミティブを構成する稜線がおよぼす濃度は, その稜線を軸とする円柱状に分布する.そこで本手 法では,扇形の濃度分布を凸包する四角形を底面と して,稜線を高さとする濃度シェイプを生成する. 図9にプリミティブを構成する稜線 AA'の濃度シェ イプと濃度テクスチャの対応付けを示す.ここで, 同図(a)における点①を頂点 A と A'に,同様に②~ ④を B と B', C と C', D と D'にそれぞれ対応付け る.なお,同図(a)の破線部は使用する濃度テクス チャの領域を表す.

## 3.5 頂点の濃度シェイプ

プリミティブを構成する頂点が及ぼす濃度は,図 10(a)に示すように球状に分布する.しかし,本手











Fig. 10 Density field shapes from the vertex

法で保持する濃度テクスチャは二次元的な広がりし か保持していないため, そのままでは三次元的な 濃度分布を表現することができない.

そこで,濃度シェイプを同図(b)に示すように分割して頂点が及ぼす濃度分布を近似的に求める.

同図(d)内の∠AOB に示すような微小な角度θを 持つ濃度シェイプを生成し、これを同図(e)に示す ように複数配置する.ここで、点①を頂点 O に、 同様に②~④を A と B、A'と B'、O'にそれぞれ対応付ける.なお、同図(c)の破線部は使用する濃度 テクスチャの領域を表す.

以上,図8(b),図9(b),図10(e)に示したように,面・稜線・頂点における濃度シェイプはすべて多角柱で表現できるため,統一的なアルゴリズムで濃度分布を生成することができる.

#### 3.6 球の濃度シェイプ

本稿ではこれまで,多面体を構成する幾何要素 の濃度シェイプについて述べた.以下では,球の プリミティブに対する濃度シェイプついて述べる.

本手法で用いる球の濃度は球の中心から同心球 状に分布する.この分布は三次元的な広がりを持 っため、二次元のテクスチャで表現することがで きない.そこで、3.5節で示した頂点の濃度分布を 拡張する.まず、頂点の濃度シェイプにおいて  $\theta_I=2\pi$ として図11(a)に示すように複数の濃度シェ イプを円柱状に配置する.次に、この濃度シェイ プを同図(b)に示すように反転複写させたものを二 つ組み合わせることで、同図(c)に示すような球の 濃度分布を得る.これにより、球の濃度分布は頂



Fig. 11 Density field shape from the sphere

点の濃度分布と同じ方法で表現することができる.

## 3.7 負の濃度分布

負の濃度分布を扱うためには,濃度値の減算を行 う必要がある.本手法では,αブレンディングによ る重ね描きにより,濃度値の加算を行っているため, このままでは濃度値の減算を行うことができない. そこで,本手法では,二つのボクセル空間を用意し, 正の濃度分布と負の濃度分布を分けて保存すること とした.また,正負の濃度値を取得した後にそれぞ れのシーンが持つ輝度値の差分をとるものとした.

#### 3.8 シーンの同時取得による高速化

これまでに述べた方法では、1 枚のシーンに対し て一回のシーンの取得が必要となるが、シーンの取 得に要する時間が全体の処理時間の8割以上を占め ることがわかっている.そのため、本手法の高速化 には、シーンの取得に要する時間を短縮することが 有効であると考えられる.

ところで、グラフィックスボードのビデオメモリ からメインメモリへカラープレーンを転送する際、 グレースケール画像を転送する場合と、同解像度の RGB 画像を転送する場合で、ほぼ同じ処理時間で あることが判った.そこで、本手法では以下のよう にしてシーンの取得回数を削減した.

本手法で用いる濃度分布は、二次元の濃淡画像で あるシーンによって表現される.一方、一般的な二 次元画像は、R・G・Bの三色の濃淡で表現されて いる.そこで本手法では、図 12(a)に示すように連 続する三枚のシーンを、同図(b)に示すようにそれ ぞれ R・G・Bの三色の濃淡画像で表現し、同図 (c)に示すように、三枚のシーンを混色することで 得られる一枚のシーンを取得することを考える.こ れにより、三枚分のシーンを同時に取得することが できるため、シーンの取得回数をほぼ三分の一に削 減でき、本手法の高速化が期待できる.





本手法の有効性を検証するために,M.C.Lin らの 手法<sup>10)</sup>を用いてグラフィックスボードを利用せず に濃度値を計算する手法を従来法とし、5 つの形状 を生成する実験を行った.その形状を,ボクセル空 間の一辺の解像度を 512 として図 13 に示す.実験 では CPU に Pentium4 2.4GHz,グラフィックスボー ドに Quadro4 900 XGL, OS に Windows2000 を用い た.

まず,濃度分布を求めるのに要する時間を計測した.この結果を図14に示す.同図から従来法の処理時間が形状によって異なるのに対し、本手法では形状に依存しないことがわかる.本手法は、GPUで濃度計算を行い、その結果をグラフィックスボード上のメモリからPCのメインメモリに転送するという2つの処理からなる.このうち、後者の処理時間が全体の8割程度を占めているため、いずれの形状でもほぼ同じ処理時間になったものと考えられる.また、本手法のようにスライス単位で転送処理を行うと、その処理時間はスライス数に比例する.実験に用いた形状では、形状 D の処理時間が最も長く、シーンの取得回数も139回と最も多かった.







て、5つの形状について各レベルでの平均処理時間 を計測した.この結果を図15に示す.同図から、 レベル7~9の解像度では、本手法は従来法よりも 高速であることがわかる.一般に、家電製品などの 外観形状の初期デザインではレベル9に相当する、 50cmに対して1mm程度の精度が必要とされており、 本手法は従来法より有効であるといえる.

さらに、本手法の精度について検証するため、境 界表現モデルに変換したときの従来法に対する誤差 を比較した.境界表現モデルへの変換にはMC法 <sup>12)</sup>を用い, 誤差の計測には, P.Cignon らが提案して いる Metro の評価法を用いた<sup>13)</sup>. Metro の評価法は, 比較する2つの形状の対応する部分での距離を誤差 とする手法である. 実際の評価には, P.Cignoni ら が WEB 上で公開しているツール<sup>14)</sup>を用い,5つの 形状からモデリング空間の一辺の長さを1として最 大誤差を計測した.この結果を図 16 に示す.同図 から、いずれの形状もボクセルの一辺の長さに比べ て、その誤差が少なくなっていることがわかる.ま た, 誤差が生じるの原因として, 従来法の濃度値を double 型で実装したのに対し、濃度テクスチャや取 得するシーンを8ビット整数値で濃度値を実装した ことがあげられる.

### 5. おわりに

本稿では、三次元グラフィックスボードを用い、 濃度場を高速に生成することでモデリングする手法 を提案した.また、形状を定義するプリミティブに、 球と多角柱を用いる他、様々な濃度分布の表現が容 易な濃度関数を用いることで、製品形状などの多様 な形状の表現を可能とした.さらに、多角柱のプリ ミティブに関しては面・稜線・頂点に分類し、それ ぞれの濃度分布を多角柱で表現することで、統一的 なアルゴリズムによる濃度分布の計算を実現した. 加えて、負の濃度分布を実現することにより、正の 濃度分布だけでは困難だった形状の表現を可能にし た.最後に、本手法を用いて形状を生成した結果、 従来法の一割程度の処理時間で目的形状を生成でき ることを実験により確認した.

本手法の処理時間は、スライスの数に大きく依存 し、スライスを取得する処理が大半を占めている. このため、CPUや GPUの性能向上を待たなくても、 今回使用した通常の PCI バスに代えて、PCI Express などのより広帯域なものを利用することで、 さらに高速な処理を期待することができる.







Fig.15 Relationship between processing time and resolution



Fig.16 Maximum Error

今後の課題として、実際の製品形状を作成し、処 理時間と、出力形状の誤差を計測することがあげら れる.また、本手法の処理時間は、グラフィックス ボード-メインメモリ間のデータ転送速度に大きく 依存するため、さまざまなグラフィックスボード、 マザーボード、およびメインメモリ、さらにはより 広帯域なバスを利用した組み合わせで処理時間を計 測し、その傾向を評価することがあげられる.

## 参考文献

- 土橋宜典,西本暢生,金田和文,山下英生:グラフィックスハードウェアの利用による光の多重散乱を 考慮した雲の高速レンダリング,画像電子学会誌, pp.362-370 (2001).
- 2) 土橋宜典,西本暢生,金田和文,山下英生:グラフィクスハードウェアをもちいた水面波による causticsの高速表示法,情報処理学会第 64 回全国大会論文集, pp.45-46 (2002).
- 3) 中貴俊、山田雅之、宮崎慎也、秦野やす世、山本茂義:対話操作を伴う分子の電子密度雲のリアルタイム表示 -テクスチャ量の増加に対するグラフィックカードの性能劣化について-、ヒューマンインタフェース学会研究報告集, Vol 4, No.3, pp.25-28 (2002).
- 4) 山崎俊太郎,加瀬究,池内克史: PC グラフィクスハードウェアを利用した高精度・高速ボリュームレンダリング手法,研究報告「コンピュータビジョンとイメージメディア」, CVIM-130-10, pp.71-78 (2001).
- 5) 山地秀美, 新藤義昭: Z バッファ法を利用したオブジ エクトおよび衝突検出, 情報処理学会論文誌, Vol 43, No.6, pp.1899-1909, (2002).
- B.Cabral, N.Cam, J.Foran: "Accelerated Volume Rendering and Tomographic Reconstruction Using Texture Mapping Hardware", Proc. Of ACM Symposium on Volume Visualization, pp.91-98 (1994).
- Michael Meissner, Stefan Guthe, Wolfgang Straser: "Higher Quality Volume Rendering on PC Graphics Hardware", Technical Report, WSI/GRIS, University of Tubingen, WSI-2001-12, ISSN 0946-3852, April (2001).
- Michael Meissner, Stefan Guthe, Wolfgang Straser: "Interactive Lighting Models and Pre-Integration for Volume Rendering on PC Graphics Accelerators", Proceedings of Graphics Interface (2002).
- Klaus Engel, Martin Kraus, Thomas Ertl, "High-Quality Pre-Integrated Volume Rendering Using Hardware-Accelerated Pixel Shading", Eurographics/ SIGGRAPH Graphics Hardware Workshop (2001).
- M.C.Lin, J.F.Canny: "A Fast Algorithm for Incremental Distance Calculation", Proc. IEEE IRCA, pp.1008-1014 (1991).
- Kyung Ha Min, In-Kwon Lee, Chan-Mo Park : "Component-based polygonal approximation of soft objects", Computers&Graphics, No.25, pp.245-257 (2001).
- 12) W.Lorensen, H.Cline : "MARCHING CUBES A HIGH RESOLUTION 3D SURFACE CONSTRUCTION

ALGOLITHM", Comput.Graphics, Vol.21, No.4, pp.167-174 (1987).

- P.Cignoni, C.Rocchini and R.Scopigno: "Metro: measuring error on simplified surfaces", Computer Graphics Forum, Blackwell Publishers, vol. 17(2), pp.167-174(1998)
- P.Cignoni, "SURFACE SIMPLIFICATION": http://vcg.iei.pi.cnr.it/metro.html
- 15) 西尾孝治,横山豊,小堀研一:3次元グラフィックスボードを用いた濃度関数モデリングの一手法,第20回 NICOGRAPH 論文コンテスト論文集, pp.125-130 (2004).